COMO O MODELO SOLO PERMITE ANALISAR AS RESPOSTAS DOS ALUNOS? UM CASO NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES

Fernando Luís Santos(*)

Escola Superior de Educação Jean Piaget, Almada

fsantos@almada.ipiaget.org

António Domingos(*)

Faculdade de Ciência e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa

amdd@fct.unl.pt

(*) UIED – Unidade de Investigação em Educação e Desenvolvimento

Resumo

O objetivo desta comunicação é descrever e analisar as respostas de alunos de um curso de formação inicial de professores a quatro questões e equacionar a qualidade das aprendizagens tendo por base a complexidade do pensamento matemático envolvido. Enquadrados nas teorias de Tall sobre o pensamento matemático avançado e utilizando o modelo SOLO para a criação das categorias procedeu-se à análise de conteúdo às respostas dos alunos tendo subjacente a Teoria da Atividade.

Com o modelo SOLO, utiliza-se uma ferramenta que fomenta a compreensão e posterior interpretação do conhecimento matemático dos alunos bem como a sua natureza, permitindo direcionar melhor o processo de ensino.

Os resultados evidenciam a utilidade do modelo SOLO para a descrição das respostas dos alunos tendo em conta as especificidades de cada uma das questões envolvidas, indicando algumas pistas para a promoção de um futuro modelo de formação inicial de professores tendo em vista a qualidade das aprendizagens matemáticas a vários níveis: científico, pedagógico e didático.

Palavras-chave: Qualidade das aprendizagens, formação inicial de professores, modelo SOLO, pensamento matemático avançado, teoria da atividade.

Introdução

Este estudo exploratório faz parte de uma investigação que pretende analisar a complexidade do pensamento matemático e a qualidade das aprendizagens por alunos da formação inicial de professores em Educação Básica. A questão inicial é: *será o modelo SOLO útil para aferir as respostas dos alunos tendo como pano de fundo a qualidade das aprendizagens matemáticas?*

Para responder a esta questão, analisaram-se as respostas de alunos a um conjunto de quatro questões realizadas em aula (figuras 2 a 5). A análise dos dados é qualitativa e foram utilizados como categorias os níveis do modelo SOLO (Biggs & Tang, 2007) analisados à luz dos trabalhos de Tall sobre o Pensamento Matemático Avançado (Tall, 2002) interpretados e enquadrados pela Teoria da Atividade (Engeström *et al*, 1999).

Apresenta-se o enquadramento teórico, especificando de seguida os dados recolhidos bem como a metodologia utilizada. Por fim, apresentam-se os resultados e termina-se com uma discussão sobre a adequação entre o enquadramento teórico escolhido e os resultados obtidos.

Enquadramento teórico

Considera-se que o estudo da complexidade do pensamento matemático e a qualidade das aprendizagens, num ambiente tão multidimensional como a formação inicial de professores requer a consideração de múltiplos fatores como o contexto da formação, o nível de formação e o conhecimento prévio. Assim, o enquadramento escolhido envolve as teorias de David Tall e a Teoria da Atividade que permite uma abordagem holística possibilitando uma melhor compreensão sobre a complexidade do pensamento matemático (Tall, 1989; Štech, 2006).

A complexidade do pensamento matemático

Nos seus estudos, Tall (1989) ao abordar a questão do desenho curricular, e mais especificamente nos ciclos de aprendizagem, levanta uma questão pertinente quando afirma que o problema do desenvolvimento curricular é o de apresentar contextos em que o desenvolvimento do conhecimento matemático seja possível, conduzindo a um crescimento significativo do pensamento matemático dos alunos. Este difícil processo de transição de uma matemática menos formal, para uma compreensão mais formal dos processos matemáticos, necessita de ser avaliado ou aferido pelo professor, quer ao nível da complexidade do pensamento evidenciado, quer ao nível da qualidade das aprendizagens realizadas.

Esta passagem para um pensamento matemático cada vez mais complexo é uma transição difícil pois os vários conceitos (e suas abordagens) podem coexistir em vários modos cognitivos, ou em vários mundos como defende Tall (2006) na sua teoria dos três mundos da matemática, produzindo uma variedade de conflitos cognitivos.

Neste estudo, centra-mo-nos nas dualidades existentes entre *processo* e *procedimento*, vistos (o *processo*) como uma atividade, o processo de resolução de uma atividade matemática, e o *procedimento* como a aplicação de um algoritmo específico para a implementação de um processo. Outra dicotomia existente aborda o *procedimento* (o que fazer) centrado nas manipulações rotineiras de objetos matemáticos e o *conceito* (o que saber) baseado numa rede de conhecimentos e suas ligações (Gray & Tall, 1994).

Para evitar ambiguidades existentes nestas dualidades Gray & Tall (1994) utilizam o conceito de *proceito* como um conjunto de três componentes: "...um *processo* que produz um *objeto* matemático, e um *símbolo* que é utilizado para representar quer o processo quer o objeto." (Gray & Tall, 1994:6)

O modelo SOLO

Das várias teorias explicativas e preditivas do desenvolvimento cognitivo na educação matemática, um dos enfoques tem sido nos ciclos de aprendizagem e nas bases empíricas nas quais estas questões se devem centrar. Pegg & Tall (2005) distinguem dois tipos de teorias: (i) enquadradas globalmente no crescimento cognitivo a longo prazo do indivíduo como as teorias dos estádios conceptuais de Piaget; e (ii) enquadradas localmente no crescimento conceptual como a teoria APOS de Dubinsky ou a taxonomia SOLO (*Structure of the Observed Learning Outcomes,* Biggs & Collis, 1982).

Algumas destas teorias, como o modelo SOLO (Biggs & Tang, 2007) incorporam estas duas categorias. Esta abordagem neo-Piagetiana à aprendizagem pode ser descrita com base em três características (Killen & Hattingh, 2004):

- os *modos* de funcionamento cognitivo;
- as *formas* de conhecimento que são desenvolvidas e
- como os alunos *estruturam* o seu conhecimento matemático.

O modelo SOLO muda o foco da atenção dos construtos internos do estádio de desenvolvimento para a qualidade das representações de aprendizagem tendo como base as respostas dos alunos. Biggs & Collis (1982) distinguem a *estrutura cognitiva generalizada* e as *respostas efetivas* que os alunos fornecem na tarefa de aprendizagem. Ao mesmo tempo que assumem como um facto a existência dessa *estrutura cognitiva generalizada,* acreditam também que esta não consegue ser diretamente mensurável e referem-na como *estrutura cognitiva hipotética* (ECH).

Os estádios de ECH são relativamente estáveis e são independentes do processo de ensino, já o nível SOLO refere-se à aquisição de conhecimento e reflete o desempenho do aluno numa determinada tarefa (Ceia, 2002). A ênfase numa tarefa particular é importante pois a taxonomia SOLO assume que os alunos variam o seu desempenho entre tarefas que estejam ligadas em termos da lógica subjacente, incluído o conceito de desvio dentro do modelo.

É este ênfase na análise da qualidade das respostas dos alunos que torna o modelo SOLO interessante para este estudo. Ao longo do desenvolvimento das tarefas o enfoque não está nas respostas corretas ou erradas, mas sim na estrutura (natureza) das respostas, que codificadas em categorias baseadas nos níveis SOLO tornam possível inferir uma mudança ao longo do tempo, permitindo assim uma descrição mais pormenorizada do desenvolvimento do pensamento matemático e a qualidade das suas aprendizagens.

Os níveis SOLO são *marcadores* suficientemente amplos ao longo do processo de desenvolvimento do pensamento matemático, contudo, apesar das suas características de cada nível se manterem constantes, a especificidade das respostas pode variar consoante a abordagem, o método e o conteúdo e, visto os níveis SOLO formarem um ciclo de aprendizagem coerente, permite aos alunos e professores estabelecerem relações entre as várias aprendizagens.

Nas versões mais recentes (Biggs & Collis, 1991, Biggs & Tang, 2007) o modelo SOLO retêm o conceito de nível para descrever a complexidade estrutural do desempenho mas o construto inicial de *estádio* foi substituído pelo construto de *modo* (*mode*) e refere-se ao grau de abstração das representações. Estes modos e níveis interagem para formar um modelo integrado.

Estes *modos* de pensamento são importantes, mas não fornecem informação necessária para explicar como a complexidade do pensamento matemático ocorre em cada modo ou que é necessário acontecer de forma a que o pensamento progrida para um modo mais elevado, para tal é necessário considerar a forma como o aluno estrutura o seu pensamento de uma forma sistemática, esse sistema é a taxonomia anteriormente desenvolvida por Biggs & Collis (1982) permitindo inferências sobre a profundidade da sua compreensão.

A tabela seguinte resume o modelo e indica expressões que podem ser colocadas nas questões dirigidas aos alunos.

Tabela 1. Descrição dos níveis no modelo SOLO relacionando-os com os indicadores de resposta adaptado de Biggs & Collis (1982) e de Ceia (2002)

	Pensamento matemático	Indicadores
Abstrato	Vai para além do tópico, faz ligações a outros conceitos e generalizações.	Teoria, generalização, hipótese, reflexão.
Relacional	Faz conexões complexas e sintetiza partes para o significado global.	Comparar, explicar as causas, integrar, analisar, relatar, aplicar.
Multi-estrutural	Faz algumas conexões, mas falta uma visão unificadora.	Enumerar, classificar, descrever, listar, combinar, trabalhar com algoritmos.
Uni-estrutural	Faz ligações simples, sem identificar a sua importância.	Identificar, memorizar, realizar procedimentos simples.
Pré-estrutural	Fornece informação solta e desorganizada não a relacionando.	Não consegue relacionar.

Este modelo transforma-se numa ferramenta que permite um enquadramento que auxilia a implementação de um modelo didático, baseado na complexidade do pensamento matemático, com vista à qualidade das suas aprendizagens pois permite evitar a insistência num único percurso de aprendizagem.

O campo da avaliação tem sido uma área fértil devido ao reconhecimento da necessidade de encontrar formas mais eficazes de avaliar a qualidade das aprendizagens matemáticas e a complexidade do pensamento matemático. Para Biggs (citado por Pegg, 2003) o processo avaliativo só tem a ganhar se as classificações se tornarem *realmente* informativas baseadas numa hierarquia que descreva a evolução da aprendizagem.

Ao pretender medir a qualidade das aprendizagens realizadas pelos alunos, há a necessidade de descrever claramente as diferenças entre essas aprendizagens, com descrições focalizadas em tópicos como a capacidade de interpretar, analisar, organizar e aplicar o conhecimento matemático não se centrando somente na memorização e sua reprodução.

A Teoria da Atividade

Esta teoria desenvolvida inicialmente por Vygotsky e Leontiev centrada na tríade da atividade orientada por objetos foi posteriormente expandida por Engeström (1999, 2001) e para além de estudar um *sujeito* agindo sobre um *objeto* para produzir um *resultado*, introduzem-se variáveis como a noção de que essa atividade do sujeito é mediada por *ferramentas* (quer cognitivas, quer físicas ao dispor do sujeito) – ao qual se denomina de *sistema de produção*.

Engeström *et al* (1999) defende os estudos dos artefactos como componentes inseparáveis do funcionamento humano, mas centra o foco dos estudos nas suas relações com os outros componentes do sistema de produção.

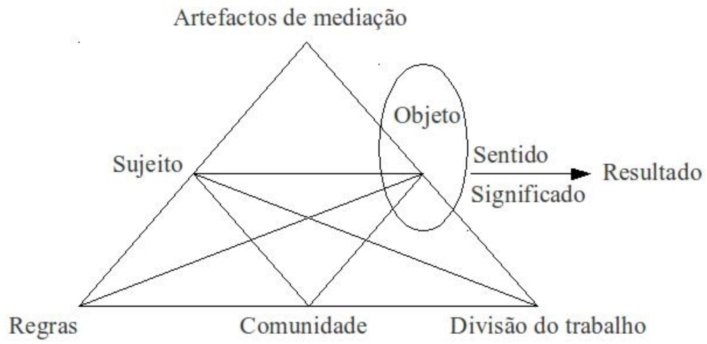

Figura 1. Modelo da segunda geração da Teoria da Atividade, baseado em Engeström *et al* (1999)

Esta progressão, expande a representação inicial de modo a permitir o estudo a nível macro da comunidade em detrimento do nível micro centrado no indivíduo, enfatizando deste modo a importância das contradições no sistema.

A compreensão da atividade orientada por objetos é fulcral na teoria da atividade, mas a conceção de objeto atualmente pode ser vista sob duas perspetivas nas abordagens contemporâneas da teoria da atividade, uma centrada nas noções de Leontiev onde o objeto da atividade está relacionado com o motivo, outra centrada nas noções de Engeström onde o objeto está relacionado com o sistema de produção.

Assim, os vários vértices dos triângulos do modelo, neste estudo, são os seguintes:

- O sujeito são os alunos de formação inicial de professores;
- O objeto da atividade consiste nas respostas dos alunos e no seu pensamento matemático, interligado com a qualidade das aprendizagens;
- Os artefactos de mediação permitem o exercício da atividade, neste caso são as teorias de Tall e o modelo SOLO.
- A comunidade centra-se nos sujeitos que partilham a mesma atividade, neste caso a formação inicial de professores.
- A divisão do trabalho faz referência à organização da comunidade com o sujeito e às tarefas na atividade.
- As regras são as normas onde se organiza o sistema da atividade, neste estudo centram-se, para os alunos nas regras matemáticas dos vários tópicos abordados, para o professor nas categorizações utilizando o modelo SOLO e sua análise.

Metodologia

A análise dos dados é qualitativa e refere-se às respostas dadas, por alunos do primeiro ano do curso de educação básica a frequentar a Unidade Curricular (UC) de Matemática I no segundo semestre de 2011/2012, em três mini-testes realizados em aula. Estes alunos têm formações (antes do ensino superior) muito diversas onde a maioria não tem contacto com a disciplina desde o 9.º ano de escolaridade, daí o programa da UC se centrar em aspetos fulcrais no pensamento matemático como a lógica proposicional (propriedades e leis de DeMorgan), a teoria elementar de conjuntos (propriedades e quantificadores) e a aritmética racional.

Foram utilizados os níveis SOLO para a criação das categorias das respostas das quatro questões selecionadas (de um total de seis questões, duas por cada mini-teste), identificadas quer pelo seu conteúdo quer pelo seu nível esperado de resposta, assegurando que o nível dos conhecimentos dos alunos são de grau adequado ao estudado.

Dados

Numa primeira questão (figura 2) era solicitado que fosse identificado o valor lógico das proposições e de seguida que se aplicassem as propriedades da conjunção. A informação do enunciado é suficiente para a resolução e envolve raciocínios dedutivos já experimentados em aula, bastando para a sua conclusão a substituição dos valores lógicos. A resposta expectável seria de nível *pré-estrutural*.

$$\textit{Sabendo que } \neg p \equiv V \textit{ e } q \equiv F$$
$$\textit{determine o valor lógico de } p \wedge q.$$

Figura 2. Primeira questão sobre cálculo proposicional

A segunda questão, para além da identificação das prioridades das operações lógicas, solicitava a necessidade de interpretar os resultados da respetiva tabela de verdade. O tipo de conhecimentos podiam ser utilizado de forma isolada, mas era necessário identificar as prioridades das operações sendo esperado algum nível de generalização com a utilização de processos alternativos de resolução. A resposta expectável seria de nível *multi-estrutural*.

$$\textit{Determine o valor lógico da proposição}:$$
$$((p \wedge q \rightarrow r) \wedge (p \vee q \rightarrow \neg r)) \Rightarrow (p \wedge q \wedge r).$$

Figura 3. Segunda questão sobre cálculo proposicional

Na terceira questão, era solicitada a tradução de uma frase para linguagem simbólica e posteriormente a utilização das leis de DeMorgan para a sua negação. Para além da relação existente entre a linguagem corrente e a linguagem simbólica seria necessário identificar a informação relevante (qual o quantificador, propriedades da negação de expressões quantificadas e identificação de conjuntos) e realizar generalizações. A resposta expectável seria de nível *relacional*.

Seja A o conjunto de todos os alunos.
Traduza por meio de expressão quantificada
a seguinte proposição e negue – a de seguida:
Todos os alunos estudam Matemática.

Figura 4. Terceira questão sobre a utilização de conjuntos e quantificadores

A quarta questão, necessitava de uma demonstração do enunciado partindo da elaboração de uma hipótese de trabalho, implicando a identificação e relação entre múltiplos e a utilização do algoritmo da divisão. Estão envolvidos raciocínios indutivos e era solicitada uma generalização que atendendo ao nível dos raciocínios permite alternativas de resposta logicamente válidas. A resposta expectável seria de nível *abstrato*.

Demonstre que a soma dos quadrados de
dois números ímpares consecutivos
é um múltiplo de 8 mais duas unidades.

Figura 5. Quarta questão sobre aritmética racional

A análise e posterior tratamento estatístico (cálculo da proporcionalidade das respostas em percentagem) foram trabalhados de acordo com a seguinte tabela:

Tabela 2. Dados de análise (numéricos e respetiva percentagem) por questão e nível SOLO

Nível SOLO	Questão 1		Questão 2		Questão 3		Questão 4	
	N (43)	%	N (43)	%	N (40)	%	N (34)	%
Pré-estrutural	31	72,1	11	25,6	0	0	13	38,2
Uni-estrutural	7	16,3	14	32,6	5	12,5	8	23,5
Multi-estrutural	5	11,6	13	30,2	10	25,0	3	8,8
Relacional	0	0	5	11,6	25	62,5	2	5,9
Abstrato	0	0	0	0	0	0	8	23,5

Só foram contabilizados para análise os dados dos alunos que responderam às respetivas questões em estudo.

Resultados e discussão

Na análise das respostas dadas à primeira questão, os resultados apontam para 72,1% dos alunos abaixo do nível da questão (*uni-estrutural*), apresentando-se no nível *pré-estrutural*. No exemplo apresentado o aluno simplesmente substitui o valor lógico pelo apresentado no enunciado e responde ignorando a negação da proposição e as propriedades da conjunção onde o valor lógico verdade é elemento neutro.

$$V \wedge r \equiv F$$

Figura 6. Exemplo de uma resposta de nível *pré-estrutural*

Somente 16,3% obtiveram classificação dentro do nível uni-estrutural e 11,6% responderam de forma apontada para um nível superior, pois a resposta baseou-se na identificação dos valores lógicos numa tabela de verdade (figura 7). Apesar de não ser a resolução mais elegante em termos matemáticos implica, em termos de pensamento matemático a análise de várias componentes.

p	q	r	$\neg p$	$p \wedge q$
V	V	V	F	V
V	V	F	F	V
V	F	V	F	F
V	F	F	F	F
F	V	V	V	F
F	V	F	V	F
F	F	V	V	F
F	F	F	V	F

Figura 7. Exemplo de uma resposta de nível *multi-estrutural*

Estes dois exemplos podem ser vistos à luz das teorias de Tall como a simples utilização de processos rotineiros sem nenhum pensamento sobre o resultado e no exemplo da figura 7 já se pode falar na identificação de um *proceito*, mesmo que elementar, sendo a resposta simbolizada pela tabela de verdade e pelo seu *processo* de resolução emergindo também a interpretação do objeto matemático criado para obter a resposta solicitada.

Os dados da segunda questão apontam para valores significativos abaixo do nível da questão (nível *multi-estrutural*), mas 30,2% das respostas estão dentro do nível esperado. Há também uma percentagem de respostas (11,6%) acima do nível expectável classificadas no nível *relacional*. Nas questões classificadas abaixo do nível previsto notou-se a tentativa de evitar a utilização das tabelas de verdade, passando para a utilização de propriedades, mas com vários erros na utilização dos teoremas específicos, no exemplo seguinte (figura 8) existe um erro na utilização das leis de DeMorgan.

$$((p \wedge q \rightarrow r) \wedge (p \vee q \rightarrow \neg r)) \Rightarrow (p \wedge q \wedge r)$$
$$\neg p \wedge \neg q \vee r \wedge \neg p \vee \neg q \vee \neg r \rightarrow p \wedge q \wedge r$$
$$p \wedge q \vee r \wedge \neg p \vee \neg q \vee \neg r \rightarrow p \wedge q \wedge r$$
$$\vdots$$

Figura 8. Exemplo de uma resposta de nível *uni-estrutural*

O pensamento matemático evidenciado na resposta do exemplo da figura 8 acaba por envolver um raciocínio mais elaborado que, apesar das falhas no procedimento, tentava englobar os vários tópicos abordados em aula.

Na terceira questão analisada, classificada como nível *relacional*, obteve-se um resultado de 62,5% dentro do nível. As respostas abaixo do nível, foram classificadas desta forma pois existiram muitas confusões, não na aplicação da propriedade, mas sim na passagem da linguagem corrente para a linguagem simbólica.

No exemplo seguinte (figura 9), apesar do sentido da utilização das leis de DeMorgan esteja correta, faltam alguns elementos na tradução da linguagem corrente para a simbólica, existe assim lacunas entre o *processo* de resolução (correto) e o *procedimento*.

$$\begin{gathered}
A \text{ é o conjunto de todos os alunos.} \\
M \text{ é o conjunto Matemática. Logo} \\
A \in M \\
\neg(A \in M) \\
A \notin M
\end{gathered}$$

Figura 9. Exemplo de uma resposta de nível *pré-estrutural*

Já neste exemplo, a tradução da expressão está correta em termos formais, mas existe um engano na utilização do quantificador.

$$\begin{gathered}
\exists x \in A : x \in M \\
\neg(\exists x \in A : x \in M) \\
\forall x \in A : x \notin M
\end{gathered}$$

Figura 10. Exemplo de uma resposta de nível *uni-estrutural*

Nas respostas a esta questão, também existiram formas alternativas de resolução, como se encontra no exemplo seguinte:

$$\begin{gathered}
\text{Seja } A \text{ o conjunto de todos os alunos,} \\
M \text{ o conjunto Matemática, logo:} \\
\forall x \in A : \text{estudam Matemática} \\
\text{negando fica} \\
\exists x \in A : \text{não estudam Matemática}
\end{gathered}$$

Figura 11. Exemplo de uma resposta alternativa de nível *multi-estrutural*

Este caso evidencia a compreensão do *processo* e do *procedimento* mas, simbolizado de forma diferente. Em termos de pensamento matemático a resposta do aluno demonstra compreensão não só do *proceito*, mas também das várias *nuances* que envolvem o raciocínio sobre os objetos matemáticos.

Já os resultados das classificações da quarta questão que pretendia a produção de uma demonstração, inicialmente colocada no nível *abstrato*, apresentam 38,2% de respostas de nível *pré-estrutural* conforme o exemplo seguinte:

$$3+5=8n+2 \Leftrightarrow 8=8n+2 \Leftrightarrow 6=8n \Leftrightarrow \frac{6}{8}=n \textit{ logo}$$

a demonstração é errada.

Figura 12. Exemplo de uma resposta de nível *pré-estrutural*

Neste caso, somente 23,5% das respostas foram classificadas dentro do nível esperado, sabendo de antemão que a demonstração por indução de um qualquer enunciado obriga necessariamente a um conjunto de relações entre *processos* e *procedimentos* por parte dos alunos sendo solicitado um nível mais elevado de pensamento matemático e uma aplicação direta de relações entre vários objetos matemáticos.

Considerou-se então que, neste caso o modelo SOLO serviu para categorizar as respostas, fornecendo aos alunos indicações sobre a forma como responderam às questões, o que permite também ao professor aferir critérios de classificação mais adequados ao desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos. O resumo dos valores percentuais de cada uma das questões analisadas está resumido na tabela seguinte:

Tabela 3. Resumo dos resultados das quatro questões analisadas tendo em conta o nível SOLO expectável

	Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4
Percentagem no nível SOLO esperado	16,3%	30,2%	62,5%	23,5%

O estudo sobre a complexidade do pensamento matemático, sustentados pelas ideias de Tall, não ocorre somente em conceitos matemáticos diferentes, mas em níveis de operacionalização diferentes, nomeadamente nos níveis de resposta dos alunos, daí a utilização do modelo SOLO que sustenta a caracterização dos objetivos da aprendizagem, numa tentativa de ir para além do processo, mas também na construção do próprio conceito matemático.

Considerações finais

O modelo SOLO permite identificar de uma forma sistemática os pontos fortes e fracos das respostas dos alunos. Desta forma, sugere-se que a aplicação deste modelo pode permitir aos professores ter um conjunto mais vasto de ferramentas avaliativas e, mais do que isso, formativas, permitindo analisar não só as respostas finais dos alunos, mas o seu processo de pensamento matemático que estas podem envolver.

Este estudo, apoiado na ideia da complexidade do pensamento matemático e no modelo SOLO para caracterizar a qualidade das aprendizagens dos alunos, permite avançar já com pistas que podem servir de etapas para outras experimentações:

1. A taxonomia SOLO permite avaliar o desempenho num determinado momento, evitando tirar conclusões sobre as suas estruturas cognitivas (Ceia, 2002).
2. O modelo SOLO promove um enquadramento que permite uma interpretação consistente da estrutura e da qualidade das respostas dos alunos em vários ambientes de aprendizagem, em vários tópicos e em várias áreas.
3. A utilização do modelo SOLO permite alterar as práticas do professor de um modo sustentado na qualidade do pensamento matemático dos alunos.
4. A Teoria da Atividade que está subjacente a este modelo de análise permite efetuar a ligação entre os vários vértices do triângulo (figura 1) evitando interpretações causais devido à sua visão de conjunto.

A visão do modelo SOLO permite, com base na Teoria da Atividade e sustentada pelas teorias de Tall sobre o pensamento matemático, seguir a lógica dos ciclos de aprendizagem de forma consistente com a tradição epistemológica de Piaget.

Referências bibliográficas

Biggs, J. & Tang, C. (2007). *Teaching for Quality Learning at University*. Berkshire. McGraw Hill.

Biggs, J. & Collis, K. (1991). Multimodal learning and the quality of intelligent behaviour. In H. Rowe (Ed.), *Intelligence, Reconceptualization and Measurement* (57–76). New Jersey: Laurence Erlbaum Assoc.

Biggs, J. & Collis, K. (1982). *Evaluating the quality of learning*. London: Academic Press.

Ceia, M. (2002). *A taxonomia SOLO e os níveis de van Hiele*. Comunicação apresentada no XI. Encontro de Investigação em Educação Matemática, Coimbra.

Engeström, Y. (2001). Expansive Learning at Work: toward an activity theoretical reconceptualization . *Journal of Education and Work 14 (1)*, 133-156: DOI 10.1080/13639080020028747.

Engeström, Y, Miettinen, R. & Punamäki, R-L (Eds) (1999). *Perspectives on Activity Theory*. Cambridge: Cambridge University Press.

Gray, E. & Tall, D. (1994). Duality, Ambiguity and Flexibility: A Proceptual View of Simple Arithmetic, *The Journal for Research in Mathematics Education*, *26 (2)*, 115– 141.

Killen, R. & Hattingh, A. (2004). A theoretical framework for measuring the quality of student learning in outcomes-based education. *South African Journal of Higher Education,* 18(1), 72-86.

Pegg, J., & Tall, D. (2005). The fundamental cycle of concept construction underlying various theoretical frameworks. *International Reviews on Mathematical Education (Zentralblatt für Didaktik der Mathematik)*, *37(6)*, 468-475.

Pegg, J. (2003). Assessment in Mathematics: A developmental approach. In J. M. Royer (Ed.), *Advances in Mathematical Cognition* (227-259). New York: Information Age Publishing.

Štech, S. (2006). School mathematics as a developmental activity. In J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká & N. Stehliková (Eds.). *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education 1,* (35-48). Prague: PME.

Tall, D. (2006). The Transition to Advanced Mathematical Thinking: Functions, Limits, Infinity and Proof. In Grouws D.A. (ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (495–511), New York: Macmillan.

Tall, D. (Ed.). (2002). *Advanced Mathematical Thinking*. New York: Kluwer Academic Publishers.

Tall, D. (1989). Concept images, computers, and curriculum change. *For the learning of mathematics, 9 (3),* 37-42.