

## **A complexidade do pensamento matemático e a qualidade das aprendizagens: usando a teoria da atividade\***

Fernando Luís Santos<sup>1</sup>, António Domingos<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ESE Jean Piaget de Almada, UIED FCT-UNL, fsantos@almada.ipiaget.org

<sup>2</sup>Universidade Nova de Lisboa, UIED FCT-UNL, amdd@fct.unl.pt

**Resumo.** *A forma como os alunos respondem às questões colocadas é um instrumento importante para analisar a complexidade do seu pensamento matemático. Propomos um modelo de análise utilizando como enquadramento teórico as teorias de David Tall sobre a complexidade do pensamento matemático e o modelo SOLO de Biggs e Collis. Mostramos como, recorrendo à teoria da atividade, esta permite descrever a avaliação das respostas produzidas pelos alunos evidenciando os diferentes níveis de pensamento matemático envolvidos em três respostas analisadas.*

**Palavras-chave:** Complexidade do pensamento matemático; Níveis SOLO; Teoria da Atividade.

Este trabalho apresenta um segmento de um conjunto de estudos sobre a complexidade do pensamento matemático e a qualidade das aprendizagens. Neste estudo pretende-se aumentar a coerência da fundamentação teórica relativa ao papel das respostas dos alunos usando um modelo de análise baseado nas teorias de Tall (2002, 2007) e no modelo SOLO (*Structure of Observed Learning Outcomes*) de Biggs e Collis (1982) e Biggs e Tang (2007).

No segmento apresentado aplicou-se o modelo de análise a três respostas de alunos de formação inicial de professores à questão:

*Do porto de Leixões sai um navio de seis em seis dias e outro com destino diferente de 18 em 18 dias. Partiram juntos no dia 1 de Janeiro. Qual o primeiro dia em que tornam a sair juntos? Justifique.*

A questão foi classificada como possivelmente *relacional* indicando uma orquestração entre os factos e os conceitos envolvidos, suas ações e objetivos, baseado na categorização utilizada por Santos e Domingos (2013) elaborada a partir dos níveis SOLO de Biggs e Collis (1982) e de Ceia (2002).

A Teoria da Atividade (TdA) (Engeström et al, 1999) é utilizada como instrumento de análise utilizando a *atividade* (vista enquanto processo) como a unidade elementar para estudar as práticas, o que se reflete pelas ações e interações dos sujeitos com o contexto em que esta atividade é estudada.

---

\* Este trabalho é financiado por fundos nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e Tecnologia no âmbito do Projeto *Promover o Sucesso em Matemática* (contrato PTDC/CPE-CED/121774/2010).

Associando as respostas dadas pelos alunos à interpretação feita com base nas teorias de Tall (2002, 2007) sobre o Pensamento Matemático Avançado nomeadamente aos conceitos de *proceito*, *pensamento proceptual* e *bifurcação proceptual* (Gray & Tall, 1994) como enquadramento teórico, procura-se perceber a forma como os alunos operacionalizam os conceitos matemáticos e desenvolvem o seu raciocínio.

A metodologia utilizada neste estudo foi qualitativa e interpretativa integrando três respostas (alunos A, B e C), todas corretas, a análise das respostas foi efetuada recorrendo ao triângulo de Engeström (Engeström et al, 1999) e à categorização das mesmas.

O conteúdo das três respostas, apesar de corretas apresentam diferenças na categorização dos níveis SOLO, nomeadamente:

- Aluno A (nível *uni-estrutural* onde efetua conexões simples, identifica e memoriza procedimentos apontando apenas um dado relevante), definiu em extensão os múltiplos dos valores apresentados no enunciado identificando de seguida o menor múltiplo comum para chegar à resposta.
- Aluno B (nível *multi-estrutural*, efetua algumas conexões, agrupa e trabalha com algoritmos conseguindo identificar os dados relevantes), utilizou a definição de mínimo múltiplo comum para chegar à resposta fatorizando os valores apresentados no enunciado.
- Aluno C (nível *relacional*, efetua conexões mais complexas, compara e utiliza dados relevantes e interrelações), respondeu de forma simples indicando que um dos valores apresentados no enunciado era múltiplo do outro.

Este modelo de análise das respostas dos alunos permite expor a conceptualização de Tall pela análise dos raciocínios envolvidos, passando pela utilização dos níveis SOLO enquanto indicador do desempenho por intermédio da categorização.

Apesar das três respostas estarem corretas a resposta do aluno C pressupõe que este tenha evidenciado sinais da *bifurcação proceptual*, pois consegue sintetizar o conhecimento matemático de forma a explicar o seu raciocínio. Enquanto que o aluno B utiliza um algoritmo e o aluno A vai definir os conjuntos em extensão.

Pensamos que este modelo de análise centrado nas três dimensões: i) categorização do pensamento matemático utilizando os níveis SOLO; ii) a concepção de *bifurcação*

*proceptual* sustentada pelas teorias de Tall e iii) o triângulo de Engeström como instrumento e análise permitem um estudo mais detalhado dos processos utilizados pelos alunos na resolução de problemas matemáticos, permitindo assim aferir sobre a qualidade das aprendizagens.

### **Referências bibliográficas**

- Biggs, J. & Collis, K. (1982). *Evaluating the quality of learning*. London: Academic Press.
- Biggs, J. & Tang, C. (2007). *Teaching for Quality Learning at University*. Berkshire. McGraw-Hill.
- Ceia, M. (2002). A taxonomia SOLO e os níveis de van Hiele. Visualizado em [http://spiem.pt/DOCS/ATAS\\_ENCONTROS/2002/2002\\_15\\_MJMCeia.pdf](http://spiem.pt/DOCS/ATAS_ENCONTROS/2002/2002_15_MJMCeia.pdf)
- Engeström, Y, Miettinen, R. & Punamäki, R-L (Eds) (1999). *Perspectives on Activity Theory*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Gray, E. & Tall D. (1994). Duality, Ambiguity and Flexibility: A Proceptual View of Simple Arithmetic. *The Journal for Research in Mathematics Education*, 25 (2), 116–140.
- Santos & Domingos (2013). A complexidade do raciocínio matemático e a qualidade das aprendizagens: a bifurcação proceptual. in A. Domingos, I. Vale, M. J. Saraiva, M. Rodrigues, M. C. Costa & R. Ferreira (Eds.). *Investigação em educação matemática 2013, raciocínio matemático*. Covilhã: SPIEM.
- Tall, D. (2007). Developing a theory of mathematical growth. *ZDM* 39 (1-2), 145-154, DOI: 10.1007/s11858-006-0010-3.
- Tall, D. (Ed.). (2002). *Advanced Mathematical Thinking*. New York: Kluwer Academic Publishers.